

V27

## Der Zeeman-Effekt

Katharina Popp  
katharina.popp@tu-dortmund.de

Nicolai Weitkemper  
nicolai.weitkemper@tu-dortmund.de

Durchführung: 20.04.2022

Abgabe: 01.01.2000

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Energiequantelung eines Atoms . . . . .	3
2.2 Der Zeeman-Effekt . . . . .	4
2.2.1 Normaler Zeeman-Effekt . . . . .	4
2.2.2 Annormalen Zeeman-Effekt . . . . .	5
2.3 Vorbereitung . . . . .	5
2.3.1 Übergang der Roten und Blauen Cd-Linie . . . . .	5
2.3.2 Berechnung des Dispersionsgebiets und der spektralen Auflösung .	6
2.3.3 Abschätzung der optimalen Magnetfeldstärke . . . . .	6
<b>3 Durchführung</b>	<b>8</b>
3.1 Aufbau des Versuches . . . . .	8
3.2 Messung der Aufspaltung der Spektrallinien in einem externen Magnetfeld	9
<b>4 Auswertung</b>	<b>10</b>
<b>5 Diskussion</b>	<b>11</b>
5.1 Abweichungen . . . . .	11
5.2 Mögliche Fehlerquellen . . . . .	11
<b>Literatur</b>	<b>12</b>

# 1 Zielsetzung

Im folgenden Versuch soll die Aufspaltung und Polarisation von Spektrallinien von Atomen, in diesem Fall von Cadmium, unter dem Einfluss eines externen Magnetfelds untersucht werden. Dabei wird der normale und der anormale Zeeman-Effekt betrachtet. Zusätzlich sollen die Landé-Faktoren der betrachteten Zustände berechnet werden.

## 2 Theorie

Im folgenden Abschnitt werden kurz die theoretischen Grundlagen des Versuches erläutert.

### 2.1 Energiequantelung eines Atoms

In einem Atom, wie zum Beispiel dem Wasserstoffatom, existieren diskrete, gequantelte Energieniveaus. Aufgrund der Quantisierung sind die einzelnen Niveaus entartet. Die Niveaus können durch die Haupt- oder Energiequantenzahl  $n \in \mathbb{N}$ , die Bahndrehimpulsquantenzahl  $l \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$  und die magnetische Quantenzahl  $m \in \{-l, -l+1, \dots, l-1, l\}$ , welche  $2l+1$  Werte annehmen kann, beschrieben werden. Zudem kann jedem Teilchen ein Spin zugeordnet werden. Ein Elektron besitzt den Spin  $s = \frac{1}{2}$ . Der Gesamtdrehimpuls der Atomhülle wird mit  $j$  beschrieben. Die Entartung der Energien kann durch verschiedene Prozesse aufgehoben werden, welche eine Aufspaltung der Energieniveaus zufolge haben und entweder mit oder ohne externe Felder stattfinden. Eine Möglichkeit ist die sogenannte Feinstrukturaufspaltung. Grundlage dieses Effekts sind die magnetischen Momente  $\vec{\mu}_l$  des Bahndrehimpulses und  $\vec{\mu}_s$  des Spins des Elektrons, die untereinander und mit einem magnetischen Feld wechselwirken. Bei der Feinstruktur wird die Wechselwirkung der Hüllenelektronen mit dem geringen Magnetfeld des Kerns betrachtet. Die magnetischen Momente sind durch folgende Gleichungen beschrieben

$$|\vec{\mu}_l| = \mu_B \sqrt{l(l+1)} = g_l \mu_B \frac{l}{\hbar} \quad (1)$$

$$|\vec{\mu}_s| = \mu_B \sqrt{s(s+1)} = g_s \mu_B \frac{s}{\hbar} . \quad (2)$$

Der Faktor  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$  ist das Bohr'sche Magneton und die Faktoren  $g_i$  mit  $i \in \{j, l, s\}$  werden als Landé-Faktoren bezeichnet. Sie beschreiben das Verhältnis der Messung der jeweiligen Größe zur klassischen Erwartung. Der Faktor lässt sich mithilfe von

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)} \quad (3)$$

berechnen. Es gilt  $g_l = 1$  im Falle von  $s = 0$  und  $g_s \approx 2$  im Falle von  $l = 0$ . Bei der **LS-Kopplung** ist die Kopplung der einzelnen Momente an das Magnetfeld

stärker als die Kopplung untereinander. In Atomen mit mehreren Elektronen setzen sich Bahndrehimpuls und Spin aus den Werten der einzelnen Atome zusammen

$$L = \sum_k l_k \qquad S = \sum_k s_k . \qquad (4)$$

Analog zu Gleichung 1 und Gleichung 2 können die magnetischen Momente berechnet werden. Bei sehr schweren Atomen, die eine höhere Ordnungszahl besitzen, wird die **jj-Kopplung** relevant. In diesem Fall ist die Kopplung der magnetischen Momente  $\mu_l$  und  $\mu_s$  untereinander stärker als einzeln zum Magnetfeld, sodass ein Gesamtdrehimpuls  $j_k = l_k + s_k$  und analog  $J = \sum_k j_k$  definiert werden kann.

## 2.2 Der Zeeman-Effekt

Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung der Energieniveaus in einem äußeren Magnetfeld. Das magnetische Moment des Gesamtdrehimpuls kann in einem Magnetfeld  $\vec{B} = |\vec{B}|\vec{e}_z$  hat die Form

$$\vec{\mu}_J = -mg_j\mu_B\vec{e}_z . \qquad (5)$$

Zwischen den aufgespaltenen Energieniveaus besteht die Energiedifferenz

$$\Delta E = g_j\Delta m\mu_B|\vec{B}| . \qquad (6)$$

Aufgrund der Drehimpulserhaltung bei Übergängen zwischen den einzelnen Energieniveaus, bei denen Photonen mit der entsprechenden Wellenlänge der Energiedifferenz emittiert werden, kann  $\Delta l$  die Werte  $\pm 1$  annehmen und entsprechend gilt  $\Delta m = \pm 1, 0$ . Diese Einschränkungen der Übergänge werden als Auswahlregeln bezeichnet. Abhängig vom tatsächlichen Wert von  $\Delta m$  ist das emittierte Licht unterschiedlich polarisiert. Für  $\Delta m = \pm 1$  ist das Licht zirkular in Richtung des Magnetfelds polarisiert. Dies wird als  $\sigma^+$  und  $\sigma^-$  Polarisation bezeichnet. Für  $\Delta m = 0$  ist das Licht linear in Richtung des Magnetfelds polarisiert. Dies wird als  $\pi$  Polarisation bezeichnet.

Nun muss noch zwischen dem normalen und anormalen Zeeman-Effekt unterschieden werden.

### 2.2.1 Normaler Zeeman-Effekt

Beim normalen Zeeman-Effekt werden ausschließlich spinlose Teilchen betrachtet, es gilt also  $S = 0$  und demnach  $g_j = g_l = 1$  nach Gleichung 3. Die ?? zeigt einen möglichen Übergang des Cadmium-Atoms. Außerhalb des Magnetfelds unterscheiden sich die Energieniveaus allein durch den Bahndrehimpuls, während im Magnetfeld eine Aufspaltung in drei Linien auftritt. Je nachdem, welchen Wert  $\Delta m$  annimmt, ist das bei Übergang entstehende Licht  $\sigma-$  oder  $\pi-$  polarisiert. Abhängig davon, ob in longitudinaler oder transversaler Richtung zum Magnetfeld beobachtet wird, ist nicht jede Polarisation sichtbar. ?? zeigt dies. In longitudinaler Richtung, also entlang des Magnetfelds, sind nur  $\sigma-$  polarisierte Linien zu erkennen, in transversaler Richtung, also senkrecht zum Magnetfeld, sind sowohl  $\sigma-$  als auch  $\pi-$  Linien zu erkennen.

## 2.2.2 Annormalen Zeeman-Effekt

Der annormale Zeeman-Effekt tritt bei Teilchen mit Spin  $S \neq 0$  auf, sodass  $g_j \neq g_l \neq g_s$  gilt. Aus diesem Grund sind die Übergänge zusätzlich zu Bahndrehimpuls auch vom Spin der Atomhülle abhängig. Die ?? zeigt die möglichen Übergänge des anormalen Zeeman-Effekts im Cadmium-Atom.

## 2.3 Vorbereitung

Die Vorbereitung dient als Grundlage der Durchführung, um zu wissen, welche Magnetfeldstärken und Übergänge zu erwarten sind.

### 2.3.1 Übergang der Roten und Blauen Cd-Linie

Es sollen nun die Übergänge der roten und der blauen Cd-Linie betrachtet werden. Die Energieniveaus sind nach dem Schema  $^{2S+1}L_J$  dargestellt. Für den Übergang der roten Linie  $^1P_1 \leftrightarrow ^1D_2$  ergibt sich das Schema, wie in ?? dargestellt. Es sind sechs  $\sigma$ - und drei  $\pi$ -Übergänge möglich. Der Landé-Faktor kann mit Gleichung 3 gerechnet werden. Für beide Niveaus ergibt sich  $g_j = g_l = 1$ . Es handelt sich um den normalen Zeeman-Effekt, da  $S = 0$  gilt. Die Energiedifferenz kann nach Gleichung 6 zu

$$\Delta E = \begin{cases} -\mu_B |\vec{B}| & , \Delta m = -1 \\ 0 & , \Delta m = 0 \\ \mu_B |\vec{B}| & , \Delta m = +1 \end{cases}$$

berechnet werden. Die blaue Linie entsteht bei dem Übergang  $^3S_1 \leftrightarrow ^3P_1$ , der Landé-Faktor ergibt sich mit Gleichung 3 zu

$$g_j(^3S_1) = 1 + \frac{1(1+1) + 1(1+1)}{2 \cdot 1(1+1)} = 2$$

$$g_j(^3P_1) = 1 + \frac{1(1+1) + 1(1+1) - 1(1+1)}{2 \cdot 1(1+1)} = \frac{3}{2} .$$

Es gilt  $S \neq 0$  und damit der annormale Zeeman-Effekt. Die möglichen Übergänge sind in ?? darstellt. Anders, als beim normalen Zeeman-Effekt, sind hier vier  $\sigma$ - und drei  $\pi$ -Übergänge möglich. Die Energiedifferenz kann mithilfe von

$$\Delta E = g_{ab} \mu_B |\vec{B}| , \quad (7)$$

$$g_{ab} = m_a g_a - m_b g_b \quad (8)$$

berechnet werden, wobei  $a$  das höhere und  $b$  das niedrigere Niveau beschreibt. Tabelle 1 zeigt die verschiedenen Werte von  $g_{ab}$  mit denen sich die verschiedenen Energiedifferenzen zwischen den Niveaus ergeben.

**Tabelle 1:** Lande-Faktoren  $g_{ab}$  zur Bestimmung der Energiedifferenz zwischen den Niveaus nach Gleichung 8.

$m_a$	$m_b$		
	-1	0	+1
-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	-
0	2	0	-2
+1	-	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$

### 2.3.2 Berechnung des Dispersionsgebiets und der spektralen Auflösung

Damit sich die Aufspaltungslinien nicht überschneiden, wird ein Dispersionsgebiet

$$\Delta\lambda_D = \frac{\lambda^2}{2d} \frac{1}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (9)$$

definiert. Die Variablen  $d$  und  $L$  stellen die Abmessungen der Lummer-Gehrcke-Platte dar und  $n$  bezeichnet den Brechungsindex. Zudem hat die Lummer-Gehrcke-Platte eine Auflösung, die durch

$$A = \frac{L}{\lambda}(n^2 - 1) \quad (10)$$

beschrieben wird. In Tabelle 2 sind die Wellenlängen der roten und blauen Cd-Linie, sowie das nach Gleichung 9 berechnete  $\Delta\lambda_D$  und  $A$  nach Gleichung 10 gegeben. Für die Lummer-Gehrcke-Platte gilt  $d = 4$  mm und  $L = 120$  mm.

**Tabelle 2:** Dispersionsgebiet und Auflösung der Lummer-Gehrcke-Platte für die rote und blaue Linie.

$\lambda$ / nm	$n$	$\Delta\lambda_D$ / pm	$A$
643.8	1.4567	48.91	209128.5
480.0	1.4635	26.95	285458.0

### 2.3.3 Abschätzung der optimalen Magnetfeldstärke

Um zwischen den verschiedenen Polarisationen unterscheiden zu können, muss die optimale Magnetfeldstärke der jeweiligen Aufspaltung bestimmt werden. Diese ergibt sich aus Gleichung 6, wobei sich  $\Delta E$  über die Wellenlänge des emittierten Lichts bestimmen lässt. Ohne Aufspaltung ergibt sich ein Abstand  $\Delta s$  zwischen den Linien, welcher der Wellenlänge  $\Delta\lambda_D$  entspricht. Mit Aufspaltung ändert sich der Abstand zu  $\delta s$ , was  $2\delta\lambda$  entspricht. Es gilt

$$\frac{\delta s}{\Delta s} = \frac{1}{2} = \frac{2\delta\lambda}{\Delta\lambda_D}$$

und dementsprechend

$$\delta\lambda = \frac{1}{4}\Delta\lambda_D .$$

Mit der Änderung von  $E$

$$\Delta E = -h \frac{c}{\lambda^2} \delta\lambda$$

ergibt sich die Magnetfeldstärke mit Gleichung 7 zu

$$B = \frac{hc}{4\lambda^2} \frac{\Delta\lambda_D}{\mu_B g} .$$

Für die rote Linie lässt sich der Wert  $B = 0,632 \text{ T}$  berechnen. Für die blaue Linie ergibt sich bei  $\pi$ - polarisiertem Licht  $B = 1,253 \text{ T}$ , bei  $\sigma$ - polarisiertem Licht  $B = 0,313 \text{ T}$  bei  $g = 2$  und  $B = 0,418 \text{ T}$  bei  $g = \frac{3}{2}$ .

### 3 Durchführung

Im Folgenden wird der Aufbau und die Durchführung des Versuches beschrieben.

#### 3.1 Aufbau des Versuches

Für die Durchführung des Versuches ist ein Aufbau nach Abbildung 1 gegeben.

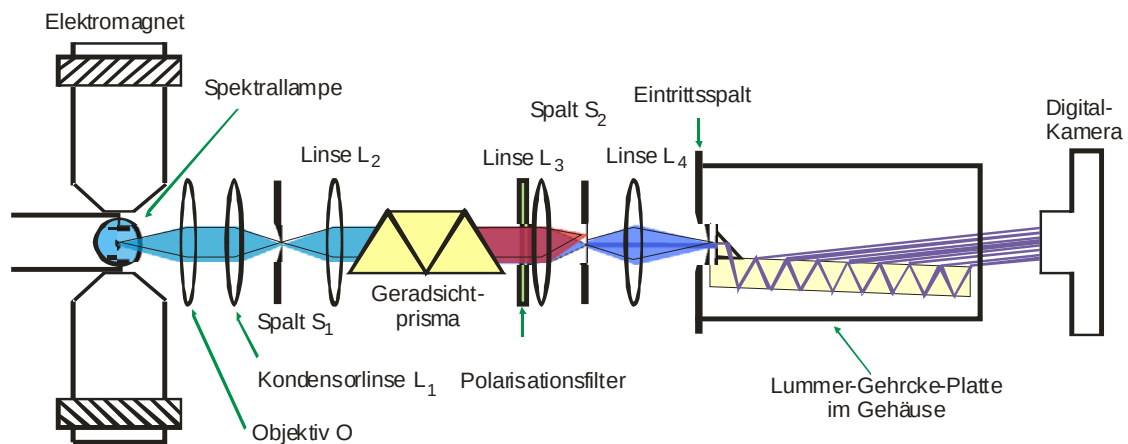


Abbildung 1: Schematischer Aufbau der Messapparatur. [1]

Das Licht wird von einer Cadmium-Spektrallampe erzeugt, welche sich in einem Magnetfeld befindet, das von stromdurchflossenen Spulen erzeugt wird. Mithilfe verschiedener Linsen und einem Spalt wird der Lichtstrahl gebündelt und fällt auf ein Geradsichtprisma, welches das Licht in seine verschiedenen Wellenlängen aufspaltet. Zudem befindet sich ein Polarisationsfilter im Aufbau, der bei der tatsächlichen Durchführung allerdings vor dem Geradsichtprisma positioniert wurde. Dieser dient dazu, die jeweiligen Polarisationen zu unterscheiden. Nachdem das Licht durch das Prisma aufgespalten wurde, wird es durch eine weitere Linse und einen Spalt weiter gebündelt und trifft schließlich auf das Eingangsprisma der Lummer-Gehrcke-Platte. Der Strahlengang des Lichts innerhalb der Lummer-Gehrcke-Platte ist in Abbildung 2 gezeigt.

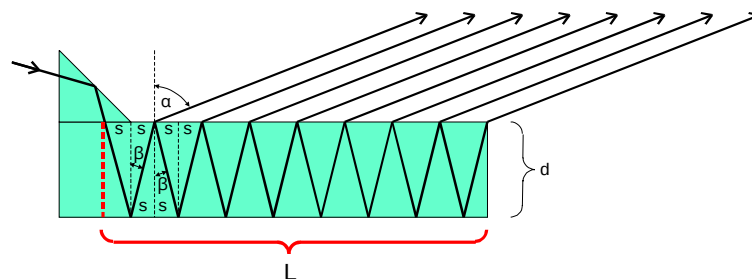


Abbildung 2: Strahlengang des Lichts innerhalb der Lummer-Gehrcke-Platte. [1]



Das resultierende Bild der Lummer-Gehrcke-Platte wird mit einer Digitalkamera aufgenommen, die so ausgerichtet wird, dass das Bild die größtmöglichen Abstände zwischen den einzelnen Linien zeigt.

### **3.2 Messung der Aufspaltung der Spektrallinien in einem externen Magnetfeld**

Zu Beginn der Messung wird das Magnetfeld geeicht, indem eine Hall-Sonde genau mittig zwischen den beiden Spulen positioniert wird, mithilfe der das Magnetfeld gemessen werden kann. Nun wird der Strom an einem Generator langsam erhöht und in einem festen Abstand werden Strom und resultierendes Magnetfeld gemessen. Die Eichung soll die Messung erleichtern, da nun nur ein Stromwert eingestellt werden muss, aber das Magnetfeld nicht zusätzlich gemessen wird.

Anschließend werden die Linsen so eingestellt, dass ein möglichst scharfes Bild auf die Spalte, das Prisma und die Lummer-Gehrcke-Platte trifft. Mithilfe des Spalts  $S_2$  kann entweder die rote oder die blaue Linie auf den Eingang der Lummer-Gehrcke-Platte gelenkt werden.

Zuerst wird die Aufspaltung der roten Linie gemessen. Dazu wird der Polarisationsfilter auf  $0^\circ$  eingestellt und ein Foto mit ausgeschaltetem Magnetfeld gemacht. Anschließend wird der Strom maximal eingestellt, da die in Unterunterabschnitt 2.3.3 abgeschätzte Magnetfeldstärke nicht erreicht werden kann. Nun wird für  $0^\circ$ - und  $90^\circ$ - polarisiertes Licht ein Foto mit der Digitalkamera aufgenommen. Abschließend wird der Strom wieder herunter geregelt, um die Spulen nicht zu beschädigen. Für die blaue Linie wird analog vorgegangen. Hier ist allerdings zu beachten, dass für die verschiedenen Polarisierungen entsprechend verschiedene Magnetfeldstärken eingestellt werden müssen. Auch hier werden wieder jeweils Fotos ohne Magnetfeld und mit verschiedener Einstellung des Polarisationsfilter gemacht.

## 4 Auswertung

## 5 Diskussion

### 5.1 Abweichungen

...

### 5.2 Mögliche Fehlerquellen

Ein möglicher Grund für die Abweichung ist das Einjustieren der Linsen und Spalte vor Beginn der eigentlichen Messung, da dies alleinig nach Augenmaß geschah. Es ist möglich, dass ein besseres Ergebnis bei leicht veränderten Positionen der Linsen und Spalte erreicht werden kann, wenn das Licht beispielsweise noch schärfer dargestellt wird. Eine andere Fehlerquelle kann das Einstellen des Stromes zur Erzeugung des Magnetfelds bei der Messung sein, da nach dem Eichen des Magnetfelds in Schritten von 2 A der Stromwert gewählt wurde, bei dem die Stärke des Magnetfelds am nächsten am theoretisch berechneten Wert lag. Der exakte Wert wurde nicht eingestellt und konnte im Falle der roten Linie und der  $\pi$ -polarisierten, blauen Linie nicht erreicht werden, da der Strom gar nicht so hoch eingestellt werden konnte. Gerade im Falle der  $\pi$ -polarisierten, blauen Linie konnte nur etwa die Hälfte der benötigten Magnetfeldstärke erreicht werden. Auch die Belichtungszeit der Kamera hatte Einfluss auf die Qualität der Bilder. Aufgrund der Ausrichtung des Magnetfelds im Aufbau war es auch nicht möglich, eine Aufspaltung in drei Linien zu beobachten.

## Literatur

- [1] *Versuchsanleitung zum Versuch 27: Der Zeeman-Effekt.* TU Dortmund.